1°

v.a X: "Saldo mensual de un cliente en \$"

$Nat(x) = ?$ $\sigma_x^2 = ?$

m.a.s : $n=100$ donde $\bar{x} = 35$ \$; $s = 12'5$ \$

Afirmación: $\mu_x = 30$ \$

Vamos a realizar una prueba de hipótesis para confirmar esto.

1°) $H_0: \mu_x = 30$ \$ El gerente tiene razón, el saldo medio mensual de los clientes es de 30 \$

2°) $H_a: \mu_x \neq 30$ \$ El gerente no tiene razón, el saldo medio mensual de los clientes no es de 30 \$

3°) $\alpha = 0'01$

4°) $n = 100$

5°) ¿EC?

v.a $\bar{X} \xrightarrow{TCL}$ Normal $\left(\mu_{\bar{x}} = \mu_x = ? \; ; \; \sigma_{\bar{x}}^2 = \frac{\sigma_x^2}{n} = ?\right)$

Como no conozco σ_x^2 tendré que sustituirlo por su estimación en la muestra, y entonces $\bar{x} \to t_{n-1}$

$$EC = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s/\sqrt{n}} \simeq t_{99}$$

$$EC = \frac{35 - 30}{12'5/\sqrt{100}} = 4$$

6°) Valores críticos (la prueba es bilateral)

$t_{99;\,0'005} = 2'6264$

$t_{99;\,0'995} = -2'6264$

7°) Regla de decisión:

Si $EC > t_{99,\,0'005}$
ó
Si $EC < t_{99;\,0'995}$
} Rechazamos H_0

8°) Como $4 > 2'6264$ Rechazamos H_0.

9·) El gerente no tiene razón en su afirmación, la muestra no ha corroborado lo que dice. A un nivel de significación de 1% tenemos razones para decir que se equivoca.
Para $\alpha = 0'01$ la diferencia entre 35 y 30 es significativa y no se debe al azar.

10·) Reconocemos la posibilidad de que tal vez nos equivoquemos al rechazar la Ho siendo en realidad verdadera, es decir, podemos haber cometido un error de tipo I

$$P[\text{error tipo I}] = \alpha = 0'01$$

2:

v.a X : "Duración en millas de un acumulador Dillco"

$$Nct(x) = ? \qquad \sigma_x^2 = ?$$

Afirmación: $\mu_X = 40.000$ millas m.a.s: $n=81$ donde $\bar{X} = 40.800$ millas, $S = 5400$ millas

Realizamos una prueba de Hipotesis para confirmarlo.

1·) $H_0 : \mu_X = 40.000$ millas El fabricante tiene razón, la duración promedio de los acumuladores Dillco es de 40.000 millas

2·) $H_a : \mu_X \neq 40.000$ millas El fabricante no tiene razón, la duración promedio de los acumuladores Dillco no es de 40.000 millas

3·) $\alpha = 0'05$

4·) $n = 81$

5·) ¿EC?

v.a $\bar{X} \xrightarrow{TCL}$ Normal $\left(\mu_{\bar{X}} = \mu_X = ? \ ; \ \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma_X^2}{n} = ?\right)$

Como no conocemos las σ_X^2 la sustituimos por su estimación en la muestra, y entonces estaríamos ante una t_{n-1}

$$EC = \frac{\bar{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \simeq t_{n-1}$$

$$EC = \frac{40.800 - 40000}{5400/\sqrt{81}} = 1'3$$ que es una puntuación de una t de Student con 80 g.l.

6°) Valores críticos (la prueba es bilateral)

$$t_{80;\,0'025} = 1'9901$$
$$t_{80;\,0'975} = -1'9901$$

7°) Regla de decisión:

Si $EC > 1'9901$
ó
Si $EC < -1'9901$
} Rechazamos Ho

8°) Como el $EC = 1'3$ es inferior a $1'9901$ y superior a $-1'9901$ decidimos Aceptar la Ho

9°) El fabricante tiene razón en su publicidad, la muestra ha corroborado lo que el dice. No tenemos razones para decir que se equivoca al 5% de nivel de significación.

La diferencia entre 40800 y 40.000 no es significativa y se debe al azar (estamos trabajando con muestras)

10°) Me puedo haber equivocado al aceptar Ho porque esta es falsa y por lo tanto puedo cometer un error de tipo II

$$P[\text{error tipo II}] = \beta.$$

Para obtener estas probabilidades me tengo que plantear cuales serian las medias alternativas (verdaderas) y como en la muestra he obtenido un valor superior a $\mu_x = 40.000$ millas, voy a escoger tres medias alternativas superiores.

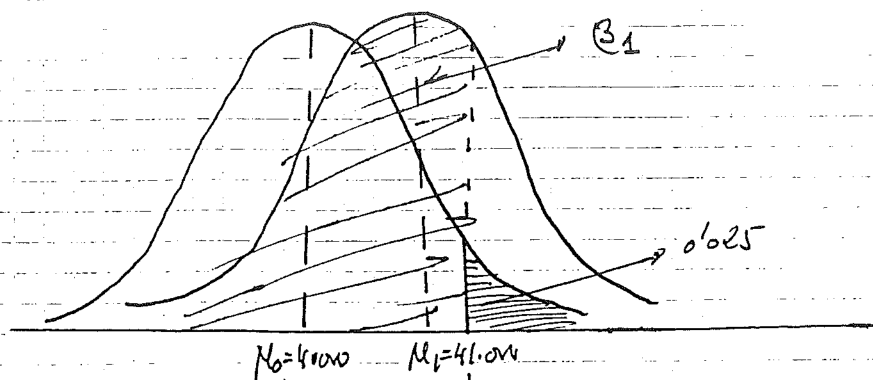
$\mu_1 = 41.000$; $\mu_2 = 41500$ y $\mu_3 = 42.000$

$$P[\text{Aceptar Ho} / \text{Ho falsa}] = \beta_1$$

$$P\left[\frac{\overline{X} - 41000}{5400/9} \leq \frac{\overline{X}_0 - 41000}{5400/9}\right] = \beta_1$$

donde $\overline{X}_0$ es el valor de la v.a $\overline{X}$ correspondiente a esa puntuación $t_{80;\,0'025} = 1'9901$ cuando $\mu_x = 40000$

Entonces como: $\dfrac{\overline{X}_0 - 40.000}{5400/9} = 1'9901 \Rightarrow \overline{X}_0 = 40.000 + 1'9901 \cdot 600 = 41194'06$



$t_{80;0'025} = 1'9901 \Rightarrow \bar{X}_0 = 41194'66$

Entonces tenemos que calcular:

$$P\left[\frac{\bar{x} - 41000}{600} \leq \frac{41'194'66 - 41.000}{600}\right] = P\left[t_{80} \leq 0'3234\right] = 0'6193$$

Mirando en tablas:

Para $\alpha = 0'25$ $\quad t_{80} = 0'6776$

Para $\alpha = 0'5$ $\quad t_{80} = 0$

Luego: ∇t $\quad \Delta\alpha$

$0 - 0'6776 = -0'6776$ $\quad 0'25$

$0'3234 - 0'6776 = -3542$ $\quad x$

$x = 0'1307$

Luego $\alpha = 0'25 + 0'1307 = 0'3807$

Como nos piden $(1-\alpha) = 1 - 0'3807 = 0'6193$

Para $\mu_2 = 41500$:

$$P\left[\frac{\bar{x} - 41500}{600} \leq \frac{41194'66 - 41500}{600}\right] = P\left[t_{80} \leq -5099\right]$$

$= 0'3119$

Mirando en tablas:

Para $\alpha = 0'75$ $\quad t_{80;0'75} = -0'6776$

Para $\alpha = 0'50$ $\quad t_{80;0'50} = 0$

Δt $\quad \nabla\alpha$

$0'6776$ $\quad 0'25$

$0'1677$ $\quad x$

$x = 0'0619$

Luego $\alpha = 0'75 - 0'0619 = 0'6881$

Como nos piden $(1-\alpha) = 1 - 0'6881 = 0'3119$

Para $\mu_3 = 42.000$:

$$P\left[\frac{\bar{x} - 42.000}{600} \leq \frac{41194'66 - 42000}{600}\right] = P\left[t_{80} \leq -1'3432\right]$$

$= 0'0931$

Para $\alpha = 0'95$ $t_{80} = -1'6641$

Para $\alpha = 0'90$ $t_{80} = -1'2922$.

Entonces:

Δt	$\nabla \alpha$
$0'3719$	$0'05$
$0'3209$	x

$x = 0'0431$
por lo que $\alpha = 0'95 - 0'0431 = 0'9069$

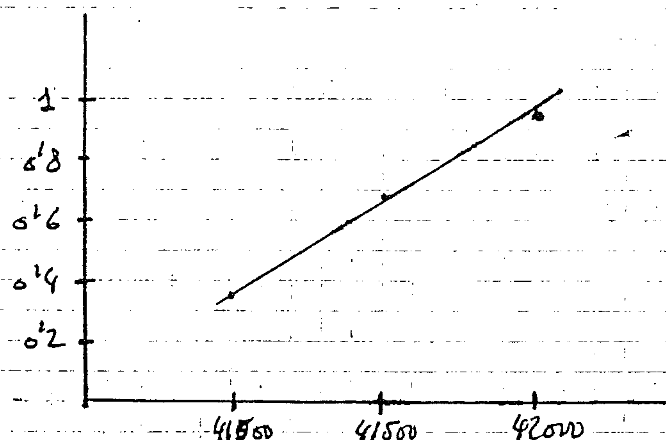
Como nos piden $(1-\alpha) = 1 - 0'9069 = 0'0931$

Potencia de la prueba

Para $\mu_1 = 41.000$ $\beta_1 = 0'6193$ $1-\beta_1 = 0'3807$

Para $\mu_2 = 41500$ $\beta_2 = 0'3119$ $1-\beta_2 = 0'6881$

Para $\mu_3 = 42.000$ $\beta_3 = 0'0931$ $1-\beta_3 = 0'9069$



Como es lógico, según la media alternativa se va alejando de la hipótesis nula la potencia de la prueba aumenta. En este caso vemos que la prueba es bastante eficaz pues la potencia de la prueba aumenta mucho para ~~disminuciones~~ variaciones relativamente pequeñas en nuestras medias alternativas.

3° v.a X: "Longitud (en pies) de una barra de acero fabricado por aceros Pimiango S.A."

Nat. X = ? ⇒ Supondremos normal, ya que el tamaño de la muestra es pequeño para poder aplicar el TCL

$\mu_X = ?$; $\sigma_X^2 = ?$

Para determinar si la maquina necesita algún ajuste vamos a realizar una prueba de hipótesis sobre la longitud promedio.

1°) $H_0 : \mu_X \geq 2'8$ La longitud promedio de las barras de acero fabricadas por la empresa es al menos de 2'8 pies.
El proceso funciona correctamente y la maquina no necesita ningún ajuste.

2°) $H_a: \mu_X < 2'8$ La longitud promedio de las barras de acero fabricadas por la empresa es menor de 2'8 pies.
El proceso no funciona correctamente y la maquina necesita un ajuste.

3°) $\alpha = 0'05$

4°) $n = 25$

5°) ¿EC?

$$v.a\ \overline{X} \rightarrow \text{Normal} \left(\mu_{\overline{X}} = \mu_X = ? \ ;\ \sigma^2_{\overline{X}} = \frac{\sigma^2_X}{n} = ?\right)$$

Como desconocemos la varianza poblacional, se sustituye por su estimación en la muestra, y entonces $\overline{X} \rightarrow t_{n-1}$

Por lo tanto:

$$EC = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \simeq t_{n-1}$$

En nuestro caso: $EC = \dfrac{2'43 - 2'8}{0'2/\sqrt{25}} = -9'25$ que es un valor de una t_{24}.

6°) Valor critico: (Es una prueba unilateral por la izquierda)

~~Ecrit~~ $t_{24;\,0'95} = -1'7109$

7°) Regla de decisión:

Si $EC < -1'7109$ Rechazamos la H_0

8°) Decisión: Como $EC = -9'25 < -1'7109$ Rechazamos la H_0.

9°) Tenemos pruebas estadísticas suficientes para afirmar que la longitud promedio de las barras de acero fabricadas por la empresa es menor de 2'8 pies.
Por lo tanto, el proceso no funciona correctamente y la maquina necesita un ajuste.
El valor de la media obtenida en la muestra, presenta diferencias significativas al nivel de significación de 5% respecto a la media poblacional propuesta en H_0.

10) Podemos haber cometido un error al rechazar la Ho siendo esta cierta, es lo que se denomina error tipo I, cuya probabilidad es igual a $\alpha = 0'05$.

4° v.a X: "Importe de una cuenta por cobrar"

$Nat(x) = ?$ $\mu_X = ?$ $\sigma_X^2 = ?$

Para decidir si se acepta la estimación del propietario, voy a realizar una prueba de hipotesis, y para ello mediante m.a.s obtengo ~~que~~ una muestra de tamaño $n = 36$ cuentas donde $\overline{X} = 12.300$ \$ y $S = 3.300$ \$.

1) $H_0: \mu_X = 10.000$ \$ El importe promedio de las cuentas por cobrar es de 10.000 \$. El propietario esta en lo cierto.

2) $H_a: \mu_X \neq 10.000$ \$ El importe promedio de las cuentas por cobrar no es de 10.000 \$. El propietario no tiene razón.

3) $\alpha = 0'1$

4) $n = 36$.

5) ¿EC?

v.a $\overline{X} \xrightarrow{TCL}$ Normal $\left(\mu_{\overline{X}} = \mu_X = ?\ ;\ \sigma_{\overline{X}}^2 = \frac{\sigma_X^2}{n} = ?\right)$

Como no conocemos σ_X^2 poblacional, la sustituimos por su estimación en la muestra $\hat{\sigma}_X^2 = S^2 = (3.300)^2$ \$^{2}, por lo que tendremos que $\overline{X} \to t_{n-1}$

Entonces: $$EC = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \sim t_{n-1}$$

$$EC = \frac{12.300 - 10.000}{3.300/\sqrt{36}} = 4'18$$ que es una puntuación t de Student con 35 g.l.

6°) Valores críticos: (la prueba es bilateral)

$t_{35;0'05} = 1'6896$

$t_{35;0'95} = -1'6896$

7º) Regla de decisión:

Si $FC > t_{35;0'05}$
ó
Si $FC < t_{35;0'95}$

} Rechazamos la Ho

8º) Decisión: Como $4'18 > 1'6896$ Rechazamos Ho

9º) Podemos decir que el importe promedio de las cuentas por cobrar no es de 10000$. Es decir, el propietario está equivocado. Hay una diferencia significativa entre el valor obtenido en la muestra (12.800) y la afirmación de Ho ($\mu_X = 10000$) para un nivel de significación de $\alpha = 0'10$

10º) Podemos haber cometido un error al rechazar Ho cuando en realidad es verdadera, es decir, un error de tipo I cuya probabilidad es $\alpha = 0'10$

5º v.a X: "tiempo que necesita un empleado para llegar al trabajo".

Nat(x): ? $\sigma_X^2 = ?$ $\mu_X = ?$

Para decidir si el tiempo promedio de viaje de los empleados es de menos de 60 minutos, voy a realizar una prueba de hipótesis

1º) $H_0: \mu_X \geq 60$

2º) $H_a: \mu_X < 60$

3º) $\alpha = 0'01$

4º) $n = 12$ Como no nos dicen nada sobre la naturaleza de la población y n no es suficientemente grande, habría que hacer el supuesto de que la v.a X se distribuye Normalmente. (Respuesta apartado b))

5º) ¿EC?

$$v.a\ \bar{X}_{12} \longrightarrow Normal\left(\mu_{\bar{X}} = \mu_X = ?\ ;\ \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma_X^2}{n} = ?\right)$$

Como se desconoce σ_X^2 lo sustituimos por su estimación en la muestra $S^2 = (22'71)^2$ y entonces la v.a $\bar{X} \rightarrow t_{n-1}$

~~EC~~ $EC = \frac{\bar{x} - 60}{22'71/\sqrt{12}} \simeq t_{11}$

En la muestra se obtiene que $\bar{x} = 47'92$ minutos, por lo tanto.

$$EC = \frac{47'92 - 60}{22'71/\sqrt{12}} = -1'84$$

6°) Valor crítico (Prueba unilateral por la ~~cola~~ izquierda)

$$t_{11;0'90} = -2'7181$$

7°) Regla de decisión:

Si el $EC \leq t_{11;0'90}$ Rechazo la H_0.

8°) Decisión: Como $EC = -1'84 \not\leq -2'7181$ Acepto la H_0

9°) Podemos decir que el tiempo promedio que necesitan los empleados para llegar a su trabajo, es al menos ~~de~~ 60 minutos para un nivel de significación de $\alpha = 0'01$

En la muestra nos ha salido un tiempo promedio bastante inferior, pero pese a ello, las diferencias no son significativas como para negar la H_0 (debido a la gran dispersión).

10°) Podemos haber cometido un error al aceptar la H_0, siendo en realidad falsa, es decir, podemos cometer un error de tipo II con una probabilidad de β.

Para obtener esta probabilidad, hay que dar valores alternativos a μ_x que estén dentro del rango de valores de H_a (Tiempos inferiores a 60 minutos) En este caso elijo los siguientes:

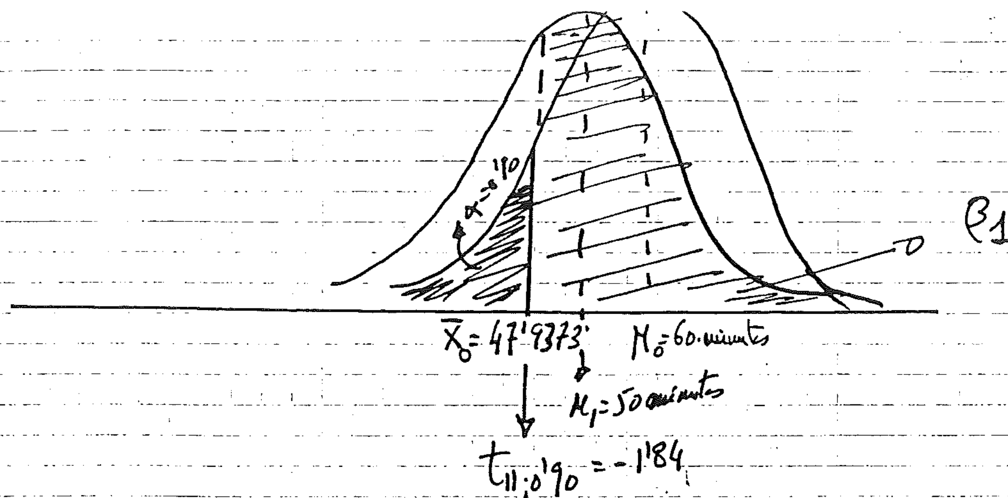
$P[\text{Aceptar } H_0 / \mu_1 = 50 \text{ minutos}] = \beta_1$

$P[\text{Aceptar } H_0 / \mu_2 = 45 \text{ minutos}] = \beta_2$

$P[\text{Aceptar } H_0 / \mu_3 = 40 \text{ minutos}] = \beta_3$

Lo primero que tenemos que obtener es el valor de $\bar{X}_0$ correspondiente a ese valor de $t_{11;0'90}$ cuando $\mu_0 = 60.000$

Es decir: $\frac{\bar{X}_0 - 60}{22'71/\sqrt{12}} = -1'84 \Rightarrow \bar{X}_0 = 60 - 1'84 \cdot 6'5558 = 47'9373$



Ahora tendré que calcular:

$$P[\bar{X} \geq 47'9373 / \mu_1 = 50] = P\left[\frac{\bar{X}-50}{6'5558} \geq \frac{47'9373-50}{6'5558}\right] =$$

$$= P[t_{11} \geq -0'3146] = \underline{0'6373}$$

mirando en tablas: Si $t_{11} = -0'6974$ $\alpha = 0'75$

Si $t_{11} = 0$ $\alpha = 0'50$

luego:

Δt	$\nabla \alpha$
0'6974	-0'25
0'3146	x

$$x = \frac{-0'25 \cdot 0'3146}{0'6974} = -0'1127$$

luego $\alpha = 0'75 - 0'1127 = 0'6373$

$$P[\bar{X} \geq 47'9373 / \mu_2 = 45] = P\left[\frac{\bar{X}-45}{6'5558} \geq \frac{47'9373-45}{6'5558}\right] =$$

$$= P[t_{11} \geq 0'4480] = \underline{0'3393}$$

mirando en tablas: Si $t_{11} = 0$ $\alpha = 0'50$

Si $t_{11} = 0'6974$ $\alpha = 0'25$

Luego:

Δt	$\nabla \alpha$
0'6974	-0'25
0'4480	x

$$x = \frac{-0'25 \cdot 0'4480}{0'6974} = 0'1606$$

Por lo tanto $\alpha = 0'5 - 0'1606 = \underline{0'3393}$

$$P[\bar{X} \geq 47'9373 / \mu_3 = 40] = P\left[\frac{\bar{X}-45}{6'5558} \geq \frac{47'93-45}{6'5558}\right] = P[t_{11} \geq 1'2107] = \underline{0'1343}$$

Si $t_{11} = 0'6974$ $\alpha = 0'25$

$t_{11} = 1'3634$ $\alpha = 0'10$

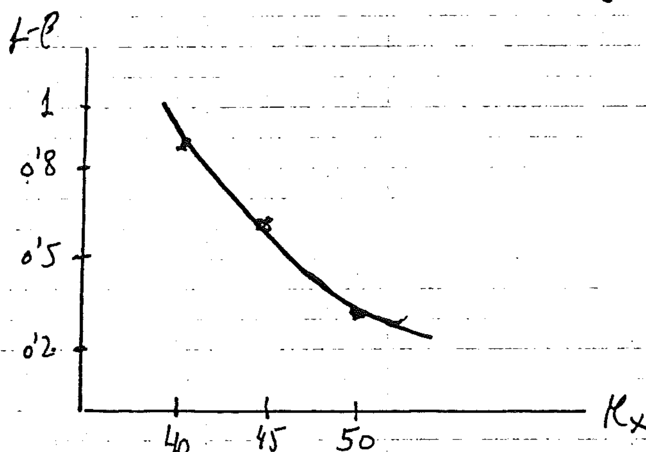
Luego

Δt	$\Delta\alpha$
0'666	-0'15
0'5533	x

$\left\{ x = \frac{-0'15 \cdot 0'5533}{0'666} = -0'1156 \right.$

Por lo tanto $\alpha = 0'25 - 0'1156 = 0'1343$

La potencia de la prueba será: $1-\beta_1 = 0'3627$
$1-\beta_2 = 0'6607$
$1-\beta_3 = 0'8657$



Como es lógico, según nos vamos alejando de la H_0 ($\mu_x = 60$) la potencia de la prueba aumenta (La probabilidad de acertar aumenta) y en este caso aumenta más rapidamente la probabilidad de no equivocarnos que lo que disminuye μ_x y en este sentido es eficaz.

6

v.a X : "Precio en u.m. de una calculadora de marca Japonesa"
$Nat(x)$ = Suponemos Normal $\mu_X = ?$ $\sigma_X^2 = ?$

v.a Y : "Precio en u.m. de una calculadora de marca desconocida"
$Nat(Y)$ = Suponemos Normal $\mu_Y = ?$ $\sigma_Y^2 = ?$

m.a.s con : $n_X = 8$ y n_Y 8

Tenemos que hacer el supuesto de que tanto la v.a X como la v.a Y siguen distribuciones Normales, porque en ambos casos el tamaño de la muestra no es suficientemente grande.

Como queremos comparar los precios de ambas marcas, obtenemos una nueva v.a $D = X - Y$

v.a $D \longrightarrow$ Normal ($\mu_D = \mu_X - \mu_Y = ?$; $\sigma_D^2 = \sigma_X^2 + \sigma_Y^2$)

Vamos a realizar una prueba de hipótesis para decidir sobre esto.

1º) $H_0: \mu_X \leq \mu_Y$ El precio promedio de la calculadora de marca conocida es ~~menor~~ o igual que el precio promedio de la calculadora de marca ~~conocida~~ desconocida.

2º) $H_a: \mu_X > \mu_Y$ El precio promedio de la calculadora de marca conocida es mayor que el precio promedio de la calculadora de marca desconocida.

3º) $\alpha = 0'01$

4º) $n_X = n_Y = 8$ Tenemos 8 pares de observaciones, pues hemos reducido a una sola ~~vala~~ variable

5º) ¿EC? v. a $\bar{d}$ → Normal ($\mu_{\bar{d}} = \mu_d = ?$; $\sigma_{\bar{d}}^2 \neq \sigma_d^2/n = ?$)

Las variables son dependientes. y como desconocemos la varianza, la tenemos que sustituir por la obtenida en la muestra S_d^2

En las muestras se obtiene: $\bar{d} = 2'25$ $S_d^2 = (1'1649)^2$

$$EC = \frac{2'25 - 0}{1'1649/\sqrt{8}} \simeq t_{n-1}$$

En este caso EC = 5'4628 que es una puntuación de una t de Student con 7 g.l.

6º) Valor crítico (la prueba es unilateral por la derecha)

$$t_{7;0'01} = 2'9987$$

7º) Regla de decisión: Si $EC > t_{7;0'01}$ Rechazo la H_0

8º) Decisión: Como $EC = 5'4628 > 2'9987$ Rechazamos la H_0

9º) Tenemos pruebas estadísticas suficientes para decir a un nivel de significación de $\alpha = 0'01$ que el precio promedio de la calculadora de marca conocida es mayor que el precio promedio de la calculadora de marca desconocida. Las diferencias observadas en los precios no ~~se~~ deben al azar. y son significativas para $\alpha = 0'01$

10º) Existe una probabilidad de $\alpha = 0'01$ de que siendo la H_0 verdadera, la estemos rechazando. Estamos cometiendo un error de tipo I ~~que~~ con una probabilidad de 0'01

7° v.a X: "Número de onzas por vaso que despacha la máquina en una ocasión"

Nat (x): Suponemos Normal $\mu_X = ?$ $\sigma_X^2 = (0'2)^2$ onzas^2

Como nos piden la probabilidad de error tipo II y la potencia de la prueba, por lo que hemos tenido que realizar una prueba de hipótesis en donde hemos aceptado la H_0. Esta prueba sería la siguiente:

1°) $H_0: \mu_X \geq 7$ La maquina despacha como promedio al menos 7 onzas por vaso: Funciona correctamente.

2°) $H_a: \mu_X < 7$ La maquina despacha menos de 7 onzas por vaso como promedio. No funciona correctamente

3°) $\alpha = 0'05$

4°) $n = 16$

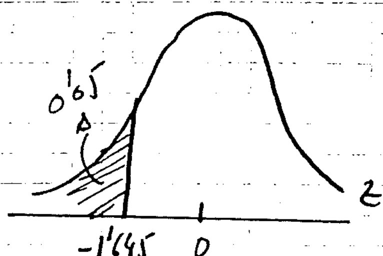
5°) ¿EC? No nos interesa, ~~pero~~ ni lo podemos saber, pero será tal que Aceptemos H_0.

6°) Valor critico (Es una prueba unilateral por la izquierda)

v.a $\bar{X} \to$ Normal $\left(\mu_{\bar{X}} = ? \; ; \; \sigma_{\bar{X}}^2 = \frac{\sigma_X^2}{n} = \frac{(0'2)^2}{16}\right)$

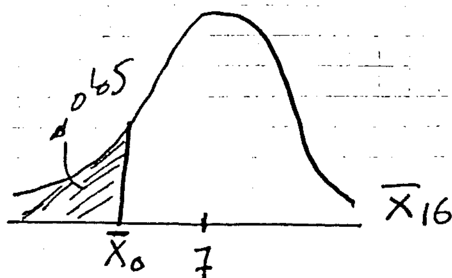
Por lo tanto $Z_{0'95} = -1'645$

Los demás pasos, ya no me interesan excepto el ultimo, en el que nos proponemos obtener β_1 y β_2 para $\mu_1 = 6'9$ y $\mu_2 = 6'8$.



Primero tenemos que obtener el valor $\bar{X}_0$ correspondiente a la puntuación $Z = -1'645$ cuando $\mu_X = 7$

$$\frac{\bar{X}_0 - 7}{0'2/\sqrt{16}} = -1'645 \Rightarrow \bar{X}_0 = 6'91775$$



Para $\mu_x = 6'9$

$$P[\text{Aceptar } H_0 / \mu_x = 6'9] = P[\bar{X}_{16} > 6'91775 / \mu_x = 6'9] =$$

$$= P\left[\frac{\bar{X}_{16} - 6'9}{0'2/\sqrt{16}} > \frac{6'91775 - 6'9}{0'2/\sqrt{16}}\right] = \underline{0'3612}$$

Para $\mu_x = 6'9$ la potencia será de $1 - 0'3612 = \underline{0'6388}$

Para $\mu_x = 6'8$

$$P[\text{Aceptar } H_0 / \mu_x = 6'8] = P[\bar{X}_{16} > 6'91775 / \mu_x = 6'8] =$$

$$= P\left[\frac{\bar{X}_{16} - 6'8}{0'2/\sqrt{16}} > \frac{6'91775 - 6'8}{0'2/\sqrt{16}}\right] = 0'0093$$

Para $\mu_x = 6'8$ la potencia será $1 - 0'0093 = 0'9907$

c) ¿n? para $1 - \beta = 0'99$ y $\mu_x = 6'9$

$$P[\bar{X}_n > 6'91775 / \mu_x = 6'9] = 0'01$$

$$P\left[\frac{\bar{X}_n - 6'9}{0'2/\sqrt{n}} > \frac{6'91775 - 6'9}{0'2/\sqrt{n}}\right] = 0'01$$

El valor de Z que deja a la derecha un área de 0'01 es aproximadamente 2'33

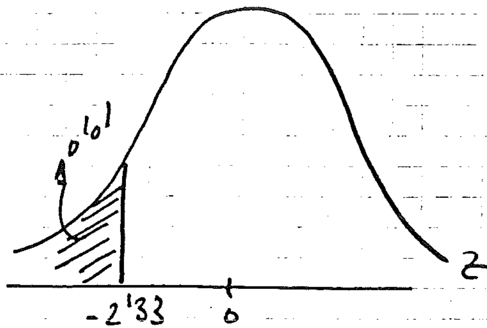
Luego: $2'33 = \dfrac{6'91775 - 6'9}{0'2/\sqrt{n}} \Rightarrow n \simeq \underline{690}$

8° Las condiciones de la población son las mismas que en el ejercicio 7 y ahora nuestra prueba de hipótesis será:

1) $H_0: \mu_x \geq 7$
2) $H_a: \mu_x < 7$
3) $\alpha = 0'01$
4) $n = 16$
5) ¿EC? No lo podemos obtener.
6) Valor crítico: $Z_{0'01} = -2'33$

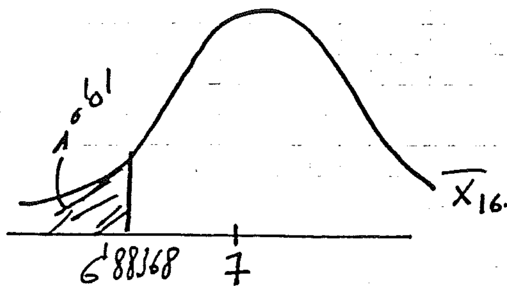
Los demás pasos no me interesan, excepto el último en donde reconocería que puede cometer un error de tipo II al aceptar H_0 siendo esta falsa.

Tendría entonces que calcular β_1 para $\mu_1 = 6'9$ y β_2 para $\mu_2 = 6'8$



$$\frac{\bar{X}_0 - 7}{0'2/\sqrt{16}} = -2'33$$

$$\bar{X}_0 = 6'88368$$



Para $\mu_1 = 6'9$ $\quad P[\text{Aceptar } H_0 / \mu_x = 6'9] = P[\bar{X}_{16} > 6'88368 / \mu_x = 6'9]$

$$P\left[Z > \frac{6'88368 - 6'9}{0'2/\sqrt{16}}\right] = P[Z \geq -0'33] = 1 - P[Z \leq -0'33] =$$

$$= 1 - 0'3707 = \underline{0'6293}$$

Para $\mu_1 = 6'9$ la potencia de la prueba será: $1 - \beta_1 = 1 - 0'6293 = \underline{\underline{0'3707}}$

Para $\mu_2 = 6'8$ $\quad P[\text{Aceptar } H_0 / \mu_x = 6'8] = P[\bar{X}_{16} > 6'88368 / \mu_x = 6'8] =$

$$= P\left[Z > \frac{6'88368 - 6'8}{0'2/\sqrt{16}}\right] = P[Z > 1'67] = 1 - P[Z \leq 1'67] =$$

$$= 1 - 0'9525 = \underline{0'0475}$$

Para $\mu_x = 6'8$ la potencia de la prueba será $(1-\alpha) = 1 - 0'0475 = 0'9525$.

Existe un riesgo del 63% de que cuando la maquina despacha realmente 6'9 onzas por vaso, decimos que despacha al menos 7 onzas por vaso.

Existe un riesgo del 5% de que cuando la maquina despacha realmente 6'8 onzas por vaso, aceptamos que despacha al menos 7 onzas por vaso.

Si comparamos los resultados de este problema y el anterior, podemos apreciar que:

Para $\mu_x = 6'9$

Si $\alpha = 0'05$ $\quad \beta_{6'9} = 0'3612$ $\quad 1 - \beta_{6'9} = 0'6388$

Si $\alpha = 0'01$ $\quad \beta_{6'9} = 0'6297$ $\quad 1 - \beta_{6'9} = 0'3721$

Para $\mu_X = 6'8$

Si $\alpha = 0'05$ $\quad \beta_{6'8} = 0'0093$ $\quad 1-\beta_{6'8} = 0'9907$

Si $\alpha = 0'01$ $\quad \beta_{6'8} = 0'0471$ $\quad 1-\beta_{6'8} = 0'9559$

Cuando α disminuye la potencia disminuye:

$$\text{Si } \alpha \downarrow \Rightarrow \beta \uparrow \Rightarrow (1-\beta)\downarrow$$

9° v.a X: "Gasto de un ejecutivo del departamento 1"

Nat(X): Suponemos Normal $\mu_X = ?$ $\quad \sigma_X^2 = ?$

v.a Y: "Gasto de un ejecutivo del departamento 2"

Nat(Y): Suponemos Normal $\mu_Y = ?$ $\quad \sigma_Y^2 = ?$

m.a.s: $n_X = 15$ donde $\bar{X} = 27'50\,\$$ $\quad S_X = 6'00\,\$$

$n_Y = 15$ donde $\bar{Y} = 23'25\,\$$ $\quad S_Y = 7'50\,\$$

Para verificar si el gasto promedio de los ejecutivos del departamento 1 es más alto, vamos a realizar una prueba de Hipotesis.

1) $H_0: \mu_X \leq \mu_Y$

2) $H_a: \mu_X > \mu_Y$

3) $\alpha = 0'01$

4) $n_X = 15$; $n_Y = 15$

5) ¿EC?

v.a $X \to N(\mu_X = ?\,;\ \sigma_X^2 = ?)$

v.a $Y \to N(\mu_Y = ?\,;\ \sigma_Y^2 = ?)$ $\Big\}$ v.a $(X-Y) \to N(\mu_X - \mu_Y = ?\,;\ \sigma_{X-Y}^2 = ?)$

v.a $(\bar{X}_{15} - \bar{Y}_{15}) \to N\left(\mu_{\bar{X}} - \mu_{\bar{Y}} = \mu_X - \mu_Y = ?\,;\ \sigma_{\bar{X}-\bar{Y}}^2 = \frac{\sigma_{X-Y}^2}{\sqrt{n_X+n_Y}} = ?\right)$

Como no sabemos las varianzas poblacionales, tendremos que comprobar si son diferentes ó iguales mediante una prueba de homocedasticidad:

1) $H_0: \sigma_X^2 = \sigma_Y^2$

2) $H_a: \sigma_X^2 \neq \sigma_Y^2$

3) $\alpha = 0'01$

4) $n_X = n_Y = 15$

5º) $EC = \frac{S_Y^2}{S_X^2} = \frac{7'5}{6} = 1'25$

6º) Valores críticos: $F_{14;14;0'005}$ que no viene en las tablas y aproximamos por defecto.

$F_{12;14;0'005} = 4'43$

$F_{14;14;0'995} = \frac{1}{F_{14;14;0'005}} = \frac{1}{F_{12;14;0'005}} = \frac{1}{4'43} = 0'2257$

Hemos aproximado por defecto.

7º) Regla de decisión: Si $EC > F_{14;14;0'005}$ ó si $EC < F_{14;14;0'995}$ } Rechazamos H_0

8º) Decisión: Como $EC = 1'25$ inferior a $4'43$ pero superior a $0'2257$

Aceptamos H_0

9º) Podemos decir para un nivel de significación de 0'01 que las varianzas poblacionales aunque desconocidas son iguales.

10º) Podemos haber cometido un error tipo II al aceptar H_0 y ser esta falsa.

En este caso no vamos a obtener sus probabilidades

Por lo tanto: $\sigma_X^2 = \sigma_Y^2$ aunque desconocidas

Como además X e Y son independientes. ⇒

$v.a\ (\bar{X}_{15} - \bar{Y}_{15}) \rightarrow Normal\left(\mu_{\bar{X}} - \mu_{\bar{Y}} = \mu_X - \mu_Y = ?\ ;\ \sigma^2_{\bar{X}-\bar{Y}} = S_p^2\left(\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}\right)\right)$

Nota: Aunque el MSR como N_X y N_Y no se conocen MCR.

Por lo tanto: $EC = \frac{(\bar{x} - \bar{y}) - (\mu_X - \mu_Y)}{S_p\sqrt{\frac{1}{n_X} + \frac{1}{n_Y}}} = t_{n_X + n_Y - 2}$

$S_p^2 = \frac{(n_X - 1)S_X^2 + (n_Y - 1)S_Y^2}{n_X + n_Y - 2} = \frac{14 \cdot 6^2 + 14 \cdot 7'5^2}{15 + 15 - 2} = 46'125$

$S_p = \sqrt{S_p^2} = 6'7915$

$EC = \frac{(27'5 - 23'25) - 0}{6'7915\sqrt{\frac{1}{15} + \frac{1}{15}}} = \frac{4'25}{2'4799} = 1'7138$ valor t_{28}

6) Valor crítico: (La prueba es unilateral por la derecha)

$$t_{28;0'01} = 2'4671$$

7°) Regla de decisión:

Si $EC > t_{28;0'01}$ Rechazamos H_0

8) Decisión: Como $EC = 1'7138 < 2'4671$ Aceptamos H_0

9°) Podemos decir al nivel de significación del 0'01 que el gasto de representación promedio del departamento 2 es igual o mayor que el gasto de representación promedio del departamento 1.
Las diferencias encontradas en las muestras no son significativas al 0'01
Como en realidad nuestro objetivo era probar que el gasto de representación promedio del departamento 1 era más alto que en el departamento 2, podemos decir que rechazamos esa afirmación al nivel de significación del 0'01

10°) Podemos haber cometido un error de tipo II, al aceptar la H_0 cuando en realidad esta es falsa.
No vamos a calcular las $P[\text{error Tipo II}] = \beta$, porque en realidad no era nuestro objetivo.

10° v.a X: "Ingresos en una tienda por ventas semanales de bulbos de gladiolo"

$$Nat(x) = ? \; ; \; \mu_X = ? \; ; \; \sigma_X^2 = ?$$

Para probar que las ventas medias semanales son superiores a 100 \$ ($\mu_X > 100$) voy a realizar una prueba de Hipótesis

m.a.s: $n = 16$ donde $\bar{X} = 120$ \$ $S = 25$ \$

1°) $H_0: \mu_X \leq 100$. Las ventas medias semanales son como mucho de 100 \$. No se deberían vender

2·) $H_a: \mu_X > 100$ Las ventas medias semanales son mayores que 100 $. Se deberían vender.

3·) $\alpha = 0'01$

4·) $n = 16$ Como $n < 30$ no podemos aplicar el TCL por lo que tendremos que hacer la suposición de que la v.a X sigue una distribución Normal.

5·) ¿EC? v.a $\overline{X}_{16} \rightarrow$ Normal $\left(\mu_{\overline{X}} = \mu_X = ?\ ;\ \sigma^2_{\overline{X}} = \frac{\sigma^2_X}{n} = ?\right)$

Como σ^2_X se desconoce tendremos que sustituirlo por su estimación en la muestra $\hat{\sigma}^2_X = S^2$. Entonces, la v.a X seguirá una distribución t_{n-1}

$$EC = \frac{\overline{X} - \mu_0}{S/\sqrt{n}} \approx t_{15}$$

$$EC = \frac{120 - 100}{25/\sqrt{16}} = 3'2$$ que será una puntuación de una distribución t de Student con 15 g.l.

6·) Valor crítico: (La prueba es unilateral por la derecha)

$$t_{15;\,0'01} = 2'6025$$

7·) Regla de decisión: Si $EC > t_{15;\,0'01}$ Rechazamos la H_0

8·) Decisión: Como $EC = 3'2 > 2'6025$ Rechazamos la H_0

9·) Como rechazamos la H_0, podemos decir que se espera al nivel de significación del 1% que los ingresos medios por ventas semanales son superiores a 100 $. Recomendaremos vender el producto.

10°) Me he podido equivocar al rechazar la H_0 siendo esta verdadera y cometer un error de tipo I con una probabilidad de $\alpha = 0'01$. Estoy recomendando vender, cuando en realidad no hay cuota de mercado suficiente para que el ingreso medio por tienda de ventas semanales sea superior a 100%. Tengo un riesgo de equivocarme de $\alpha = 0'01$.

11º v.a X: "tiempo de proceso de un trabajo con el viejo sistema" 20

$Nat(X): ?$ $\mu_X = ?$ $\sigma_X^2 = ?$

v.a Y: "tiempo de proceso de un trabajo con el nuevo sistema"

$Nat(Y): ?$ $\mu_Y = ?$ $\sigma_Y^2 = ?$

Para decidir si usa menos tiempo el nuevo sistema para procesamiento, voy a realizar una prueba de Hipotesis., para lo cual mediante m.a.s.: $n_X = n_Y = 7$

Hay que tener encuenta que el trabajo se procesa por los dos sistemas, luego X e Y dependientes

$D = X - Y$ $Nat(D) = ?$ $\mu_D = ?$ $\sigma_D^2 = ?$

1º) $H_0: \mu_X = \mu_Y$ ó $\mu_d = 0$ El nuevo sistema es tan eficaz como el viejo.

2º) $H_a: \mu_X > \mu_Y$ ó $\mu_d > 0$ El nuevo sistema es más eficaz que el viejo.

3º) $\alpha = 0'01$

4º) $n_X = n_Y = 7$ Hay que hacer el supuesto de que las v.a. X e Y se distribuyen según una ley Normal, porque al ser el tamaño de las muestras < 30 no se puede aplicar el TCL

5º) ¿EC? : v.a $\bar{d} \rightarrow$ Normal $(\mu_d = ?;\ s_d/\sqrt{n} = ?)$ entonces t_{n-1}

6º) $d_1 = 2$
$d_2 = 1$
$d_3 = 3$
$d_4 = 1$
$d_5 = 3$
$d_6 = -1$
$d_7 = 3$

$\bar{d} = \frac{12}{7}$

$S_d = 1'49$

$EC = \frac{12/7 - 0}{1'49/\sqrt{7}} = 3'04$

7º) Valor crítico: Aunque por la Ho parece que la prueba es bilateral, la Ha nos indica que en realidad es unilateral por la derecha.

$t_{6;\,0'01} = 3'1427$

8°) Regla de decisión: Si $EC > t_{6;\,0'01}$ Rechazo Ho

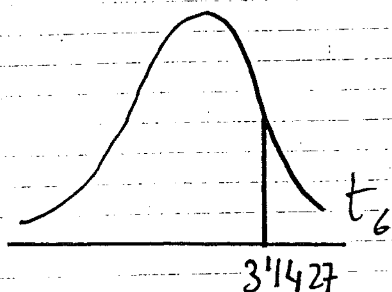
9°) Decisión: Como $EC = 3'04 < 3'1427$ Acepto Ho

10°) Hay pesar de lo que se sugería, no hay pruebas para concluir que el nuevo sistema es más eficaz..
Las diferencias encontradas en la muestra no han sido lo suficiente-mente importantes para rechazar Ho. No han sido significativas al nivel $\alpha = 0'01$

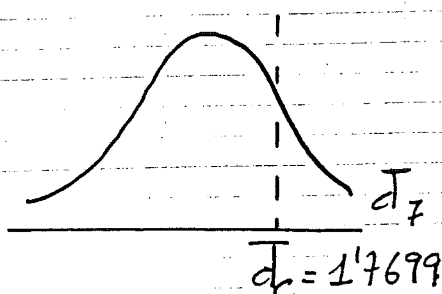
11°) Hemos podido equivocarnos al aceptar Ho cuando en realidad es falsa. Hemos podido cometer un error tipo II.

$P[\text{error Tipo II}]$ β.

Para obtener estas probabilidades vamos a dar valores alterna-tivos a μ_d. Como se sugería en Ha que $\mu_X > \mu_Y$ vamos a dar valores $\mu_d = 1$; $\mu_d = 2$; $\mu_d = 3$ (segundos respectivamente)



$$\frac{\bar{d}_c - 0}{1'44/\sqrt{7}} = 3'1427 \Rightarrow \bar{d}_c = 1'7699$$



$$P[\bar{d} < 1'7699 / \mu_{\bar{d}} = 1] = P\left[t_6 < \frac{1'7699 - 1}{1'44/\sqrt{7}}\right] = P[t_6 < 1'3670] = 0'8850$$

Para $t = 0'7176$ $(1-\alpha) = 0'75$
" $t = 1'4390$ $(1-\alpha) = 0'90$

Δt	$\Delta(1-\alpha)$
0'7214	0'15
0'64949	x

$$x = \frac{0'15 \cdot 0'64949}{0'7214} = 0'1350$$

Luego $(1-\alpha) = 0'50 + 0'1350 = 0'8850$

$P[\bar{d} < 1'7699 / \mu_d = 2] = P\left[t_6 < \frac{1'7699 - 2}{1'49/\sqrt{7}}\right] = P[t_6 < -0'4086] = 0'3577$

Voy a obtener α y como la t es simetrica, directamente obtengo ~~después (1-α)~~ ~~querer~~ lo que quiero obtener.

Para $t = 0$ $\alpha = 0'5$

" $t = 0'7176$ $\alpha = 0'25$

Δt	$\nabla \alpha$
0'7176	-0'25
0'4086	x

$x = \frac{-0'25 \cdot 0'4086}{0'7176} = -0'1433$

$\alpha = 0'5 - 0'1433 = 0'3577$

Luego ~~la~~ probabilidad pedida sera: 0'3577

$P[\bar{d} < 1'7699 / \mu_d = 3] = P\left[t_6 < \frac{1'7699 - 3}{1'49/\sqrt{7}}\right] = P[t_6 < -2'1843] = 0'038$

De la misma manera que ~~antes~~:

Para $t = 1'9432$ $\alpha = 0'05$

" $t = 2'4469$ $\alpha = 0'025$

Δt	$\nabla \alpha$
0'5037	-0'025
0'2411	x

$x = -0'0120$

$\alpha = 0'05 - 0'0120 = 0'038$

Luego la probabilidad pedida será: 0'038